

6.2.2 等差数列的通项公式

如果一个数列从第2项开始，每一项与它前一项的差都等于同一个常数，那么，这个数列叫做**等差数列**。

这个常数叫做等差数列的公差，一般用字母 **d** 表示。

数学表示：

在数列 $\{a_n\}$ 中，若

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \cdots = a_{n+1} - a_n = \cdots = d(\text{常数})$$

则称数列为**等差数列**。常数则称为**公差**。（注意：后减前）

即有：
$$a_{n+1} = a_n + d \quad (6.1)$$

巩固知识典型例题

例1 已知等差数列的首项为12，公差为-5，
试写出这个数列的第2项到第5项。

解:由于 $a_1 = 12, d = -5$, 因此

$$a_2 = a_1 + d = 12 + (-5) = 7$$

$$a_3 = a_2 + d = 7 + (-5) = 2$$

$$a_4 = a_3 + d = 2 + (-5) = -3;$$

$$a_5 = a_4 + d = -3 + (-5) = -8.$$

你能很快
写出第101项
吗?





动
脑
思
考
探
索
新
知

设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ，则

$$a_1 = a_1,$$

$$a_2 = a_1 + d,$$

$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d,$$

$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d,$$

...

依此类推,通过观察可以得到等差数列的通项公式

$$a_n = a_1 + (n-1)d.$$

知道了等差数列 $\{a_n\}$ 中的 a_1 和 d ，利用公式，可以直接计算出数列的任意一项。

巩固知识典型例题

例1 已知等差数列的首项为12，公差为-5，
试写出这个数列的第101项。

解:由于 $a_1 = 12, d = -5$, 因此

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_n = 12 + (n - 1)(-5) = 17 - 5n$$

数列的第101项为: $a_{101} = 17 - 5 \times 101 = -488$.

你能很快
写出第101项
吗?



例2 求等差数列 $-1, 5, 11, 17, \dots$ 的第50项.

解: 由于

$$a_1 = -1, d = a_2 - a_1 = 5 - (-1) = 6,$$

所以通项公式为

$$a_n = a_1 + (n-1)d = -1 + (n-1) \times 6 = 6n - 7,$$

$$a_n = 6n - 7.$$

$$a_{50} = 6 \times 50 - 7 = 293.$$

巩固知识典型例题

例3 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{100} = 48$, 公差 $d = \frac{1}{3}$,
求首项 a_1 .

解: 由于公差 $d = \frac{1}{3}$,

故设等差数列的通项公式为

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot \frac{1}{3},$$

由于 $a_{100} = 48$, 故

$$48 = a_1 + (100 - 1) \cdot \frac{1}{3},$$

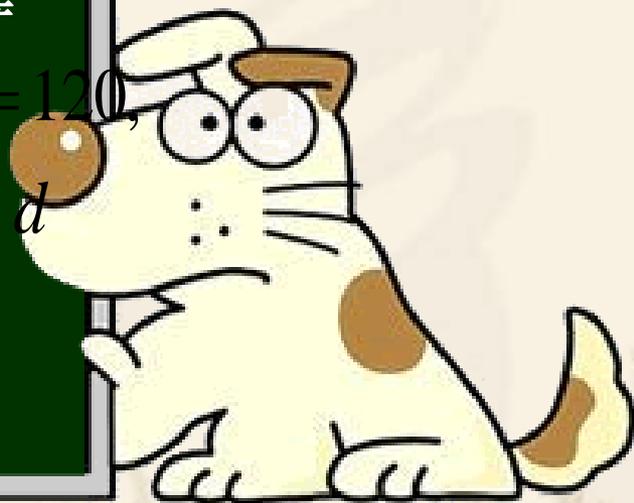
解得 $a_1 = 15$.

例4 小明、小明的爸爸和小明的爷爷三个人在年龄恰好构成一个等差数列，他们三人的年龄之和为120岁，爷爷的年龄比小明年龄的4倍还多5岁，求他们祖孙三人的年龄。

解：设小明、爸爸和爷爷的年龄分别为 $a-d$ ， a ， $a+d$ ，

其中 d 为公差。分析 知道三个数构成等差数列，并且知道这三个数的和，可以将这三个数设为 $a-d$ ， a ， $a+d$ ，这样就可以方便的求出 a ，从而解决问题。

从而 $a-d=15, a+d=65$.



答：小明、爸爸和爷爷的年龄分别为15岁、40岁和65岁。

运用知识强化练习

1. 求等差数列 $\frac{2}{5}, 1, \frac{8}{5}, \dots$ 的通项公式与第15项.

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5 = 0, a_{10} = 10$, 求 a_1 与公差 d .

3. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5 = -3, a_9 = -15$,

判断-48是否为数列中的项, 如果是, 请指出是第几项.



理论
升华
整体
建构

等差数列的通项公式是什么？

$$a_n = a_1 + (n - 1) d.$$



已知：等差数列 $\{a_n\}$ 中，首项是 a_1 ，公差是 d 。

求证： $a_3 + a_5 = a_2 + a_6$

补充公式：

在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $m + n = p + q$ ，则

$$a_m + a_n = a_p + a_q$$

提
升
能
力

谢谢！

