



直线的一般式方程

数学是思维的体操
数学是磨砺的底石

(一)复习提问： ①直线方程有几种形式？



点斜式：已知直线上一点 $P_1(x_1, y_1)$ 的坐标，和直线的斜率 k ，则直线的方程是 $y - y_1 = k(x - x_1)$

斜截式：已知直线的斜率 k ，和直线在 y 轴上的截距 b 则直线方程是 $y = kx + b$

两点式：已知直线上两点 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 则直线的方程是：

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

截距式：已知直线在 X 轴 Y 轴上的截距为 a ， b ，

则直线的方程是 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

②上述四种直线方程，能否写成如下统一形式？



$$\boxed{?} x + \boxed{?} y + \boxed{?} = 0$$

$$\boxed{y - y_1 = k(x - x_1)} \longrightarrow kx + (-1)y + y_1 - kx_1 = 0$$

$$\boxed{y = kx + b} \longrightarrow kx + (-1)y + b = 0$$

$$\boxed{\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}} \longrightarrow (y_2 - y_1)x + (x_1 - x_2)y + x_1(y_1 - y_2) + y_1(x_2 - x_1) = 0$$

$$\boxed{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1} \longrightarrow bx + ay + (-ab) = 0$$

上述四式都可以写成二元一次方程的一般形式：

$Ax + By + C = 0$, A 、 B 不同时为0。

(二)讲解新课:



①直角坐标系中，任何一条直线的方程都是关于 x ， y 的一次方程。

(1)直线和 Y 轴相交时：此时倾斜斜角 $\alpha \neq \pi/2$ ，直线的斜率 k 存在，直线可表示成 $y = kx + b$ （是否是二元一次方程？）

(2)直线和 Y 轴平行（包括重合）时：此时倾斜斜角 $\alpha = \pi/2$ ，直线的斜率 k 不存在，不能用 $y = kx + b$ 表示，而只能表示成 $x = a$ （是否是二元一次方程？）

结论：任何一条直线的方程都是关于 x ， y 的二元一次方程。

②任何关于 x ， y 的一次方程 $Ax + By + c = 0$ （ A ， B 不同时为零）的图象是一条直线

(1) $B \neq 0$ 时，方程化成 $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ 这是直线的斜截式，

它表示为斜率为 $-A/B$ ，纵截距为 $-C/B$ 的直线。



(2) $B=0$ 时，由于 A, B 不全为零，所以 $A \neq 0$ ，此时， $Ax+By+C=0$ 可化为 $x = -C/A$ ，它表示为与 Y 轴平行（当 $C \neq 0$ 时）或重合（当 $C=0$ 时）的直线。

思考：直线与二元一次方程具有什么样的关系？

结论：(1)直线方程都是关于 x, y 的二元一次方程；
(2)关于 x, y 的二元一次方程的图象又都是一条直线。我们把方程 $Ax+By+c=0$ （ A, B 不全为零）叫做直线的一般式方程。（直线和二元一次方程是一一对应）



- ❖ 注意：
- ❖ 在平常应用中，我们对直线的一般式方程
- ❖ 有如下的规定：
- ❖ （1）一般按含项 x 、含项 y 、常数项顺序排列；
- ❖ （2） x 项的系数为正；
- ❖ （3） x 、 y 的系数和常数项一般不出现分数。



例1 将方程 $y-2 = \frac{1}{2}(x+1)$

化为直线的一般式方程，并分别求出该直线在 x 轴与 y 轴上的截距。

解： 由 $y-2 = \frac{1}{2}(x+1)$ 得

$$x-2y+5=0$$

这就是直线的一般式方程。在方程中令 $y=0$ ，则 $x=-5$ ，

故直线在 X 轴上的截距为 -5 ；令 $x=0$ ，则 $y = \frac{5}{2}$ ，故

直线在 Y 轴上的截距为 $\frac{5}{2}$ 。



2、已知直线经过点A (6, -4) , 斜率例为 $-4/3$, 求直线的点斜式和一般式方程。

解：经过点A (6, -4) 并且斜率等于 $-4/3$ 的直线方程的点斜式是

$$y + 4 = -4/3 (x - 6)$$

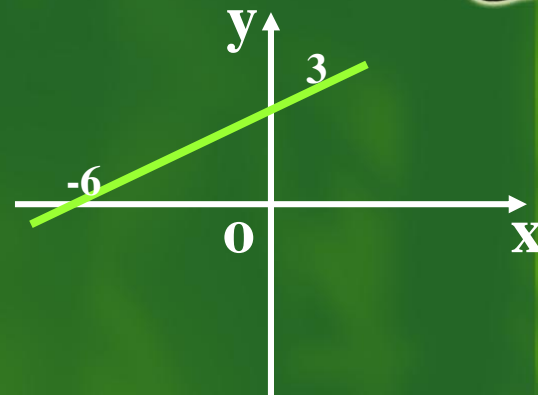
化成一般式, 得 $4x + 3y - 12 = 0$



例3：把直线L的方程 $x - 2y + 6 = 0$ 化成斜截式，求出直线L的斜率和它在x轴与y轴上的截距，并画图。

解：将原方程移项，得 $2y = x + 6$ ，
两边除以2，得斜截式

$$y = \frac{1}{2}x + 3$$



因此，直线L的斜率 $k=1/2$ ，它在y轴上的截距是3，

令 $y=0$ ，可得 $x= -6$ 即直线L在x轴上的截距是- 6.



巩固练习P58 1~3

1.将下列直线方程化为一般式方程:

$$(1) y = \frac{1}{2}x - 2; \quad (2) y - 2 = -\frac{3}{4}(x + 1)$$

2.求直线 $x - 2y + 8 = 0$ 在X轴、Y轴上的截距及直线的斜率.

*3.已知三角形ABC的三个顶点分别为A (-3,0) ,
B (2, -1) , C (-2,3) , 求AC边上的中线所在直线的方程.



小结:

1、直线方程的一般式 $Ax+By+c=0$ (A, B 不同时为零) 的两方面含义:

(1) 直线方程都是关于 x, y 的二元一次方程

(2) 关于 x, y 的二元一次图象又都是一条直线

2、掌握直线方程的一般式与特殊式的互化。

布置作业: P59 6